- Jackson Itikawa va llegir la seva tesi, dirigida per Jaume Llibre i Saló, titulada *Uniform isochronus centers of degrees 3 and 4 and their perturbations*, el dia 22 de juliol de 2015. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.

Diem que $p \in \mathbb{R}^2$ és un centre si és un punt singular d'un sistema diferencial, de tal manera que existeix un entorn U de p on totes les òrbites de $U\backslash\{p\}$ són periòdiques. Per cada $q \in U\backslash\{p\}$ suposem que $T(q)$ denota el període de l'òrbita periòdica a través q. Quan $T(q)$ és constant per a tots $q \in U\backslash\{p\}$, diem que p és un *centre isòcron*. El fet que p és isòcron no implica que la velocitat angular del vector $\overrightarrow{pq}$ és el mateix per a totes les òrbites periòdiques en $U\backslash\{p\}$. Quan això passa diem que p és un *centre isòcron uniforme* o un *centre rígid*.

L'estudi dels sistemes diferencials polinomials en $\mathbb{R}^2$ amb un centre isòcron uniforme ha augmentat en els últims anys. La rellevància de la investigació d'aquests sistemes es deu no només a la seva importància en el problema general d'isocronicitat sinó també a la seva relació amb les equacions diferencials d'Abel generalitzades.

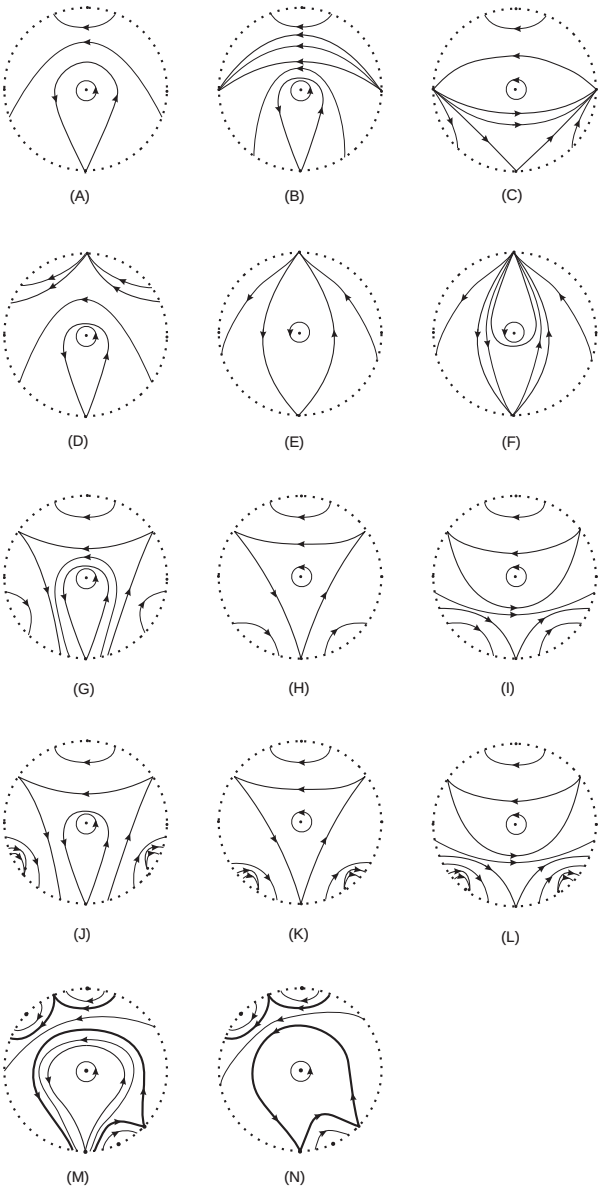
En la tesi s'estudien els sistemes diferencials polinomials plans de grau 3 i 4 amb un centre isòcron uniforme en l'origen. Proporcionem una classificació d'aquests sistemes pel que fa a l'equivalència topològica dels seus retrats de fase globals en el disc de Poincaré.

A més, investiguem la bifurcació de cicles límit dels centres isòcronos uniformes d'aquests sistemes, i en alguns casos de les solucions periòdiques d'aquests centres, tant per les pertorbacions polinomials contínues com discontínues.

A causa de les limitacions d'espai i sobretot perquè els centres isòcrones uniformes de grau 3 ja s'havien estudiat abans, aquí es presenten els principals resultats en els centres isòcrons uniformes de grau 4. Tots els resultats es publiquen en articles de revistes internacionals de matemàtiques.

Retrats de fase globals

Teorema 1 *Considereu un camp vectorial polinomi de grau 4 X i suposem que X té un centre isòcron uniforme en l'origen. Llavors el retrat de fase global de X és topològicament equivalent als retrats de fase (a), (m) o (n) de la figura següent, quan la part no lineal del sistema és homogènia. Quan aquesta part no lineal no és homogènia, el retrat de fase global és topològicament equivalent a un dels* 12 *retrats de fase (a partir de (a) a (l)) de la figura següent.*



Cicles límit

Sigui $H_c(n)$ el nombre màxim de cicles límit que es bifurquen des de l'origen del sistema $\dot{x} = -y + xf(x,y), \dot{y} = x + yf(x,y)$, quan es pertorba en la classe de tots els sistemes diferencials polinomials continus de grau n, i $H_d(n)$ el nombre màxim de cicles límit que es bifurquen des de l'origen del $\dot{x} = -y + xf(x,y), \dot{y} = x + yf(x,y)$, quan es pertorba en la classe de tots els sistemes diferencials polinomials discontinus a trossos de grau n amb dues zones separades per la línia recta $y = 0$.

Considerem la família de sistemes diferencials continus

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y + xp(x,y) + \sum_{i=1}^{4} \varepsilon^i p_i(x,y), \\ \dot{y} &= x + yp(x,y) + \sum_{i=1}^{4} \varepsilon^i q_i(x,y), \end{aligned} \tag{2}$$

on

$$\begin{aligned} p_j = {} & \alpha_0^j + \alpha_1^j x + \alpha_2^j y + \alpha_3^j x^2 + \alpha_4^j xy + \alpha_5^j y^2 \\ & + \alpha_6^j x^3 + \alpha_7^j x^2 y + \alpha_8^j xy^2 + \alpha_9^j y^3 + \alpha_{10}^j x^4 \\ & + \alpha_{11}^j x^3 y + \alpha_{12}^j x^2 y^2 + \alpha_{13}^j xy^3 + \alpha_{14}^j y^4, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_j = {} & \beta_0^j + \beta_1^j x + \beta_2^j y + \beta_3^j x^2 + \beta_4^j xy + \beta_5^j y^2 \\ & + \beta_6^j x^3 + \beta_7^j x^2 y + \beta_8^j xy^2 + \beta_9^j y^3 + \beta_{10}^j x^4 \\ & + \beta_{11}^j x^3 y + \beta_{12}^j x^2 y^2 + \beta_{13}^j xy^3 + \beta_{14}^j y^4, \end{aligned}$$

i dels sistemes diferencials discontinus

$$\mathcal{X}(x,y) = \begin{cases} X_1(x,y) & \text{if} \quad y > 0, \\ X_2(x,y) & \text{if} \quad y < 0, \end{cases} \tag{3}$$

on

$$X_1(x,y) = \begin{pmatrix} -y + xp(x,y) + \sum_{i=1}^{k} \varepsilon^i p_i(x,y) \\ x + yp(x,y) + \sum_{i=1}^{k} \varepsilon^i q_i(x,y) \end{pmatrix},$$

$$X_2(x,y) = \begin{pmatrix} -y + xp(x,y) + \sum_{i=1}^{k} \varepsilon^i u_i(x,y) \\ x + yp(x,y) + \sum_{i=1}^{k} \varepsilon^i v_i(x,y) \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned} u_j = {} & \gamma_0^j + \gamma_1^j x + \gamma_2^j y + \gamma_3^j x^2 + \gamma_4^j xy + \gamma_5^j y^2 \\ & + \gamma_6^j x^3 + \gamma_7^j x^2 y + \gamma_8^j xy^2 + \gamma_9^j y^3 + \gamma_{10}^j x^4 \\ & + \gamma_{11}^j x^3 y + \gamma_{12}^j x^2 y^2 + \gamma_{13}^j xy^3 + \gamma_{14}^j y^4, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_j = {} & \delta_0^j + \delta_1^j x + \delta_2^j y + \delta_3^j x^2 + \delta_4^j xy + \delta_5^j y^2 \\ & + \delta_6^j x^3 + \delta_7^j x^2 y + \delta_8^j xy^2 + \delta_9^j y^3 + \alpha_{10}^j x^4 \\ & + \delta_{11}^j x^3 y + \delta_{12}^j x^2 y^2 + \delta_{13}^j xy^3 + \delta_{14}^j y^4, \end{aligned}$$

amb $k = 4$ o $k = 7$ depenent de l'ordre de la teoria de mitjana que podem calcular. Per al continu i discontinu els casos que hem de considerar són

$$\begin{aligned} p(x,y) = {} & t_{10}x + t_{01}y + t_{20}x^2 + t_{11}xy + t_{02}y^2 \\ & + t_{30}x^3 + t_{21}x^2 y + t_{12}xy^2 + t_{03}y^3, \end{aligned} \tag{4}$$

amb $t_{ij} \in \mathbb{R}$, $i+j = 1,2,3$, $t_{30}^2 + t_{21}^2 + t_{12}^2 + t_{03}^2 \neq 0$, o

$$p(x,y) = t_{10}x + t_{11}xy + t_{30}x^3 + t_{12}xy^2, \tag{5}$$

amb $t_{30}^2 + t_{12}^2 \neq 0$, o

$$p(x,y) = t_{30}x^3 + t_{21}x^2 y + t_{12}xy^2 + t_{03}y^3. \tag{6}$$

A continuació s'exposen els resultats.

Teorema 2 *Usant la teoria de mitjana d'ordre 4 s'obtenen, per $|\varepsilon| \neq 0$ suficientement petit, $H_d(4) \geq 6$ per al sistema diferencial (3) amb $p(x,y)$ de la forma (4).*

Teorema 3 *Usant la teoria de mitjana d'ordre 4 s'obtenen, per $|\varepsilon| \neq 0$ suficientement petit, $H_d(4) \geq 5$ per al sistema diferencial (3) amb $p(x,y)$ ja sigui la forma (5) o (6).*

Teorema 4 *Usant la teoria de mitjana d'ordre 7 s'obtenen, per $|\varepsilon| \neq 0$ suficientement petit, $H_d(4) \geq 6$ per al sistema diferencial (3) amb $p(x,y)$ de la forma (5) i $\alpha_0^j = \beta_0^j = \gamma_0^j = \delta_0^j = 0$, $j = 1, \ldots, 7$.*

Teorema 5 *Usant la teoria de mitjana d'ordre 4 s'obtenen, per $|\varepsilon| \neq 0$ suficientement petit, $H_d(4) \geq 2$ per al sistema diferencial (2) amb $p(x,y)$ de la forma (4).*

Teorema 6 *Usant la teoria de mitjana d'ordre 4 s'obtenen, per $|\varepsilon| \neq 0$ suficientement petit, $H_d(4) \geq 1$ per al sistema diferencial (2) amb $p(x,y)$, ja sigui la forma (5) o (6).*

- Anna Bosch Camós va llegir la seva tesi, dirigida per Joan Mateu i Joan Orobitg, titulada *Controlant la integral singular maximal*, el dia 14 d'octubre de 2015. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.

Els principals objectes d'estudi d'aquesta memòria són les integrals singulars. Aquests operadors van sorgir fa uns cent anys com a operadors auxiliars associats a l'estudi de les sèries de Fourier, principalment a la seva sumabilitat i a la teoria del potencial. Avui en dia la teoria de les integrals singulars ocupa una posició privilegiada en l'anàlisi matemàtica, i són molt importants en els estudis sobre la capacitat analítica, la rectifiabilitat de conjunts i les aplicacions a les EDP i a la mecànica de fluids, on apareixen integrals singulars de forma natural.

Aquesta tesi té la seva motivació en tres articles que tenen per objectiu acotar la norma de l'operador maximal d'una integral singular per la norma de la integral singular.

En el primer article, [MV], s'hi proven desigualtats puntuals pels casos particulars de la j-èssima transformada de Riesz i de la transformada de Beurling. Es fa notar per primer cop que les acotacions són diferents a causa de a la paritat del nucli de les respectives transformades.

En els articles [MOV] i [MOPV], es proven acotacions puntuals com les esmentades per transformades de Riesz d'ordre superior. En el primer treball es tracta el cas d'operadors amb nucli parell i, en el segon, es fa el mateix pels de nucli senar. Aquí, la desigualtat de Cotlar pren protagonisme, ja que es fa palès que la desigualtat puntual per al cas parell en representa una millora.

A [MOV] es demostra que, per a les integrals singulars de Calderón-Zygmund de grau parell i amb nucli prou regular, l'acotació puntual de l'operador maximal pel mateix operador és equivalent a l'acotació en L^2 i alhora a una condició algebraica sobre el nucli de la integral singular. En el cas de les integrals de grau senar, a [MOPV], es veu que succeeix el mateix però en la desigualtat puntual necessitem la segona iterada de l'operador maximal de Hardy-Littlewood. Ja s'havia vist a [MV] que l'acotació sense iteració no funcionava en el cas de la transformada de Riesz.

En la memòria, ens hem dedicat a estendre aquestes acotacions. En el primer capítol es resol una pregunta oberta que es planteja a [MOV]. Es demostra que l'acotació a L^p (i en L^p amb pesos) és també equivalent a la desigualtat puntual, no només amb $p = 2$. Aquests resultats es reflecteixen a [BMO1].

En el segon capítol es treballa una altra pregunta plantejada al mateix article. Es tracta de veure si es pot relaxar la regularitat del nucli i que segueixi passant el mateix. Quan ens trobem al pla, donem una bona resposta fixant una diferenciabilitat inicial que ha de tenir el nucli. En el cas en què la dimensió és més gran que 2, tenim una resposta parcial, ja que aquesta regularitat inicial depèn del grau d'un cert polinomi que depèn del nucli. Això podria fer que s'hagués de demanar una diferenciabilitat molt gran. Però, això sí, finita.

En el tercer capítol presentem un exemple pel qual no tenim acotació de la norma L^1 feble de la funció maximal en termes de la norma L^1 de l'operador. Exposem el cas d'un polinomi harmònic de grau 3 en el pla i expliquem com es pot generalitzar al cas d'operadors de qualsevol grau senar en el pla. Tot i això, a causa de la difícil caracterització dels polinomis harmònics en dimensions superiors, ens ha quedat obert el problema a $\mathbb{R}^n$, per $n > 2$.

En l'últim capítol considerem el mateix problema d'acotar puntualment l'operador maximal d'una integral singular pel mateix operador, però en aquest cas definim una nova maximal en què trunquem amb cubs en lloc de boles. Treballem el cas de la transformada de Beurling i veiem que per poder acotar cal fer-ho utilitzant la segona iterada del maximal de Hardy-Littlewood, i que no ho podem reemplaçar per la primera iteració. Aquests resultats estan reflectits a [BMO2].

Referències

[BMO1] A. Bosch-Camós, J. Mateu, J. Orobitg, «L^p estimates for the maximal singular integral in terms of the singular integral», *J. Analyse Math.* **126** (2015), 287–306.

[BMO2] A. Bosch-Camós, J. Mateu, J. Orobitg, «The maximal Beurling transform associated with squares», *Ann. Acad. Sci. Fenn.* **40** (2015), 215–226.

[MOPV] J. Mateu, J. Orobitg, C. Pérez, J. Verdera, «New estimates for the maximal singular integral», *Int. Math. Res. Not.* **19** (2010), 3658–3722.

[MOV] J. Mateu, J. Orobitg, J. Verdera, «Estimates for the maximal singular integral in terms of the singular integral: the case of even kernels», *Ann. of Math.* **174** (2011), 1429–1483.

[MV] J. Mateu, J. Verdera, «L^p and weak L^1 estimates for the maximal Riesz transform and the maximal Beurling transform», *Math. Res. Lett.* **13** (2006), 957–966.

- Manuel Higueras Hernáez va llegir la seva tesi, dirigida per Pere Puig Casado, Elisabeth A. Ainsbury i Kai Rothkamm, titulada *Advanced statistical methods for cytogenetic radiation biodosimetry*, el dia 16 d'octubre de 2015. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.

L'objectiu original d'aquesta tesi era desenvolupar noves solucions per a l'anàlisi estadística dels recomptes d'anomalies cromosòmiques (per exemple, dicèntrics) induïdes per la radiació ionitzant en humans, on es considera que les tècniques clàssiques són insuficients. El projecte es va concebre amb la intenció de proveir estimacions de dosis amb més precisió estadística dutes a terme pel servei de dosimetria biològica de la Public Health England (entitat finançadora del projecte) i per al propòsit general de la dosimetria citogenètica, les quals formaran part de les corresponents avaluacions de risc per a la salut (protecció radiològica) dels individus sobre-exposats.

L'efecte de la dosi a escala cel·lular es calibra a través de corbes dosi-resposta. Per construir aquestes corbes, les mostres de sang humana són irradiades in vitro per a diferents dosis, normalment entre 0 i 5 Gy, simulant la irradiació total del cos. Després, es fa el recompte d'anomalies en les diferents cèl·lules sanguínies. En els escenaris d'irradiació més típics, s'assumeix que el nombre d'anomalies per cèl·lula segueix una distribució de Poisson la mitjana de la qual és una funció quadràtica de la dosi absorbida. Els paràmetres de la corba s'estimen per màxima versemblança.

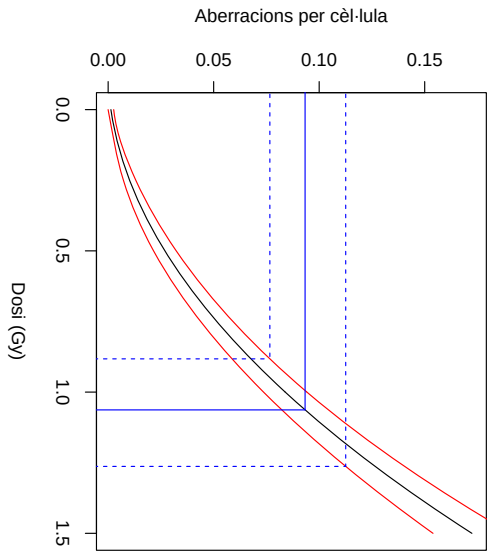


Figura 1. Exemples de corba de dosi-resposta (corba negra), corbes límit de la regió de confiança del 95% de la corba (corbes vermelles), estimació de la dosi (línia blava contínua) i estimació dels límits de l'interval de confiança de l'estimació de la dosi (línies blaves discontínues).

Quan se sospita que un individu ha estat sobreexposat a radiació ionitzant se li pren una mostra de sang. Aquesta mostra és analitzada en un laboratori citogenètic per realitzar el recompte d'anomalies. L'estimació de la mitjana poblacional (que és la mitjana mostral segons la hipòtesi de Poisson i de la gran majoria de distribucions utilitzades) del nombre d'anomalies per cèl·lula s'iguala a la corba de dosi-resposta ajustada, per obtenir l'estimació de la dosi. El mètode de Merkle estableix que els límits dels intervals de confiança de l'estimació de la dosi són les solucions d'igualar els límits inferior i superior de l'interval de confiança de la mitjana poblacional amb els límits superior i inferior, respectivament, de la regió de confiança de la corba dosi-resposta.

El mètode de Merkle és el que proposa l'Agència Internacional d'Energia Atòmica (IAEA) per reportar la incertesa estadística de l'estimació de la dosi. Aquest mètode és molt conservatiu; per exemple, quan es requereix un nivell de confiança del 95% aquest tendeix a ser superior. Mitjançant diferents simulacions hem obtingut nivells de confiança en un rang de 96,53% a 99,96%.

Per obtenir resultats més precisos que els que proporciona el mètode de Merkle, utilitzem calibratge bayesià, i d'aquesta manera obtenim una distribució de probabilitat a posteriori de la dosi absorbida com a estimació. Per fer-ho, cal definir les distribucions de probabilitat a priori dels paràmetres de la corba dosi-resposta i de la dosi absorbida.

En aquesta tesi s'han desenvolupat nous models de regressió inversa bayesians per a respostes Poisson i Poisson-composta. Els models de recompte Poisson-compostos admeten la sobredispersió (variància més elevada que la mitjana), en contrast amb l'equidispersió (variància i mitjana iguals) que assumeixen els models de Poisson. Aquests models Poisson-compostos s'ajusten millor al recompte d'aberracions cromosòmiques induïts per alguns tipus de radiació; per exemple, aquells que tenen una transferència lineal d'energia alta. Aquests nous models són versàtils i fàcils d'implementar, les densitats a posteriori de la dosi es defineixen a través de les funcions de probabilitat de distribucions conegudes com la binomial negativa o la binomial negativa composta. A més, a través de simulacions paramètriques podem observar que la incertesa estadística de l'estimació de la dosi és més precisa en comparació amb els mètodes més coneguts per estimar dosis absorbides.

En irradiacions parcials de cos s'assumeix que el nombre d'aberracions cromosòmiques per cèl·lula és una distribució zero-inflada, normalment Poisson inflada per zeros. La component de zeros extra representa la proporció de cèl·lules no irradiades. La IAEA proposa el mètode de Dolphin: per estimar la dosi s'aplica el mètode de Merkle a l'estimació de la mitjana poblacional de la distribució de Poisson subjacent (del model inflat per zeros); i la fracció de cos irradiat s'obté a través de l'estimació de la proporció de cèl·lules irradiades i la proporció de cèl·lules que sobreviuen a la irradiació, que depèn de la dosi absorbida.

Una altra aportació important en aquesta tesi és un nou model bayesià per a respostes Poisson inflades per zeros. Aquest model proporciona les distribucions a posteriori de la dosi absorbida, de la fracció de cos irradiat i la conjunta. Considerem que aquest model és molt innovador, i més complet i precís que el mètode de Dolphin.

Aquest projecte també inclou: una revisió de tots els mètodes bayesians que s'han aplicat en biodosimetria; un estudi comparatiu en el qual s'exploren diversos tipus de corbes de calibratge i distribucions de probabilitat per descriure el nombre d'aberracions cromosòmiques; i el desenvolupament de dos paquets de R project per poder utilitzar els models de Poisson desenvolupats en aquesta tesi i per fer servir les distribucions d'Hermite generalitzades.

- Arturo Valdivia va llegir la seva tesi, dirigida per José Manuel Corcuera, titulada *Contributions to credit risk theory*, el dia 13 de novembre de 2015. La tesi correspon al Departament de Probabilitat, Lògica i Estadística de la Universitat de Barcelona.

L'any 2007 es va originar una crisi financera en el mercat de préstecs dels Estats Units, la qual es va estendre ràpidament a altres mercats, sectors i països, i va obligar la Reserva Federal dels Estats Units i el Banc Central Europeu a intervenir en resposta al col·lapse del mercat interbancari. Això va donar lloc l'any 2010 a una nova regulació coneguda com Basilea III, la qual va canviar el paisatge financer, i va posar l'èmfasi en el fet que el capital regulador hauria de tenir una capacitat real per absorbir pèrdues. Va ser en aquest moment en què els bons contingents convertibles (o senzillament, CoCos) van començar a tenir un rol important. Els CoCos són instruments de deute que es converteixen en accions quan es produeix un esdeveniment predeterminat o contingència; per exemple, la deterioració del valor de l'emissor del CoCo. Aquesta conversió és obligatòria i indueix un reforçament automàtic de l'estructura capital de l'empresa.

Estructurar CoCos i proposar models per a un preu lliure d'arbitratge ha estat el problema conductor d'aquesta tesi. Hem abordat aquest problema des de la perspectiva de la teoria quantitativa del risc de crèdit. Aquesta teoria té dues metodologies principals que descrivim breument a continuació per tal d'exposar un panorama sobre el tipus de problemes subjacents. Aquestes metodologies se solen anomenar el «enfocament estructural» i «enfocament de forma reduïda».

En termes generals, la modelització des de l'enfocament estructural és un procediment de dos passos: primer es proposa un procés estocàstic $(U_t)_{t\geq 0}$ com a model adequat per al rendiment financer de l'empresa, i després es fixa una sèrie de barreres crítiques $u_1 \leq u_2 \leq \cdots$ de manera que tots els esdeveniments crediticis són provocats pel pas $(U_t)_{t\geq 0}$ al llarg d'aquestes barreres. Eleccions possibles per al procés $(U_t)_{t\geq 0}$ inclouen el valor de l'empresa, el preu de les seves accions, o altres índexs com la taxa de capital Core Tier 1. Per «esdeveniments crediticis» ens referim a tots aquells esdeveniments en el mercat que puguin afectar (positiva o negativament) al contracte financer. En el cas d'un CoCo els esdeveniments crediticis bàsics són la contingència que provoca la conversió, la corresponent fallida de l'emissor del CoCo (o *default*) i la possible cancel·lació del pagament d'un cupó. En aquest escenari, doncs, el problema de la valoració de CoCos està estretament relacionat amb trobar explícitament la distribució dels temps $\tau_j := \inf\{t \geq 0 \mid U_t \leq u_j\}$ o, més generalment, amb la distribució conjunta de $(U_{T_1}, \ldots, U_{T_n}, \inf_{t\leq T_j} U_t)$, en què els temps $T_1, T_2, \ldots$ són fixos.

D'altra banda, des de l'enfocament de forma reduïda, la modelització se centra directament en els temps aleatoris τ_j de tal manera que, en lloc de fer referència al rendiment financer de l'empresa $(U_t)_{t\geq 0}$, típicament el que es fa és proposar un model per als processos de supervivència $(H_t^j := \mathbb{P}(\tau_j > T_j|\mathcal{F}_t))_{t\geq 0}$, on la filtració $\mathbb{F} = (\mathcal{F}_t)_{t\geq 0}$ representa la nostra informació de referència, generada per exemple pels preus de les accions, les taxes d'interès, i altres variables d'estat pertinents. Com que els esdeveniments crediticis ocorren de manera inesperada, assumim que els $\tau_1, \tau_2, \ldots$, no són temps d'aturada respecte de $\mathbb{F}$, sinó que la informació total al nostre mercat, $\mathbb{G} = (\mathcal{G}_t)_{t\geq 0}$, s'obté en augmentar $\mathbb{F}$ de tal manera que $\mathbb{F} \subset \mathbb{G}$ i que les variables aleatòries $\tau_1, \tau_2, \ldots$ siguin temps d'aturada respecte de $\mathbb{G}$. Aleshores, l'estudi de l'augment de filtracions apareix de forma natural en aquest escenari.

Amb un model per a $(H_t)_{t\geq 0}$ a la mà, els preus teòrics de contractes amb risc es vinculen a l'evolució de $(H_t)_{t\geq 0}$. Després, aquests preus són calibrats mitjançant les dades històriques generades, per exemple, pels preus de *crèdit default swaps*, que són un altre contracte amb risc però més ben entès. Per tal de modelitzar les característiques estilitzades que exhibeixen les dades històriques, necessitem considerar una classe flexible de processos estocàstics. Això

va dirigir la nostra atenció cap a processos de Volterra i, més generalment, cap a processos d'àmbit. Aquests mecanismes poden ser bastant generals i plantegen moltes qüestions interessants ja que poden anar més enllà de la teoria clàssica de semimartingales markovianes.

- Daniel Pérez Palau va llegir la seva tesi, dirigida per Gerard Gómez Muntané i Josep Masdemont i Soler, titulada *Dynamical transport mechanisms in celestial mechanics and astrodynamics problems*, el dia 30 de novembre de 2015. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi de la Universitat de Barcelona.

L'objectiu d'aquesta tesi és afegir un petit gra de sorra en l'estudi dels sistemes dinàmics. La teoria de sistemes dinàmics és la branca de les matemàtiques que estudia l'evolució del que ens envolta. Un dels seus objectius és estudiar com evoluciona amb el temps un cert procés evolutiu, és a dir, donades unes condicions inicials per a un cert estat, quin serà l'estat del sistema en t unitats de temps.

En alguns problemes és possible trobar estructures que ens separen diferents tipus de moviment. Per exemple, un moviment fitat d'un de no fitat. Aleshores, aquestes estructures determinen com evoluciona el sistema que s'estudia. En aquest cas parlem de mecanismes dinàmics de transport. És a dir, quines són les possibles maneres que té un cert estat d'arribar a un altre.

La teoria de sistemes dinàmics extreu models i problemes de gran varietat d'àmbits científics. En aquesta tesi ens centrarem en problemes de mecànica celeste i astrodinàmica.

La tesi s'estructura en quatre capítols i un annex. El capítol 1 està dedicat a introduir alguns dels conceptes que es fan servir en els capítols posteriors, així com qüestions de notació i la definició dels sistemes dinàmics que s'empraran. En el capítol 2 s'introdueix l'eina principal de la tesi, el Jet Transport. Per fer-la servir cal desenvolupar una àlgebra de polinomis. El capítol explica com portar-ho a terme. Les primeres seccions es dediquen a explicar com fer un ús eficient de la memòria i a introduir les operacions bàsiques amb polinomis (el producte per un escalar, la suma, el producte, la divisió de dos polinomis). També s'explica com realitzar altres operacions elementals com l'exponencial, el logaritme, el sinus i el cosinus així com la derivació i la integració de polinomis. A les darreres seccions s'explica com desenvolupar operacions més complexes com la propagació de fluxos (incloent el càlcul d'aplicacions de Poincaré i altres tècniques per millorar els resultats obtinguts), el càlcul de la inversa funcional d'un polinomi i la transformació de densitats mitjançant una aplicació. El capítol 3 tracta els indicadors dinàmics. Primer es repassen els exponents de Lyapunov a temps finit i les estructures lagrangianes coherents. Fruit d'aquestes reflexions es desenvolupen algorismes per disminuir el temps de còmput. Tot seguit, es donen quatre indicadors de la dinàmica alternatius basats en el Jet Transport: la màxima mida de la caixa inicial, la màxima relació d'expansió, la màxima relació de contracció i la màxima relació d'expansió a l'espai normal. El capítol segueix desenvolupant un algorisme d'extracció d'estructures a fi d'extreure i resumir la informació aportada pels indicadors dinàmics. Finalment, es fan servir els indicadors dinàmics introduïts per determinar zones d'estabilitat efectiva en el problema restringit de tres cossos. En el capítol 4 s'estudia la col·lisió de satèl·lits artificials. Primerament s'estudien les diferents pertorbacions que afecten el moviment de satèl·lits al voltant de la Terra. Es considera un problema de dos cossos amb pertorbacions degudes al potencial terrestre, a la força de fregament atmosfèric i a la gravetat de la Lluna i el Sol. S'estudien els efectes d'aquestes pertorbacions i també es du a terme la implementació mitjançant el Jet Transport. El capítol acaba amb algunes simulacions de Monte Carlo per extreure informació d'una col·lisió semblant a la produïda entre els satèl·lits Iridium-33 i el Kosmos-2251 l'any 2009. L'annex A explica breument les funcions desenvolupades per a aquesta tesi i s'apunten unes petites notes sobre paral·lelització de codis en C mitjançant Open MP.